Қазақстан Республикасы білім және ғылым министрлігі

Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті

Математика және ақпараттық технологиялар факультеті

Профессор Т.Ғ.Мұстафин атындағы алгебра, математикалық логика және геометрия кафедрасы

**Ахажанов Сунгат Беркинович**

**«Пластиналар мен қабықшалар теориясының таңдаулы сұрақтары» пәні бойынша**

**Дәрістер курсы**

білім беру бағдарламасы: «7M05402- Механика»

Қарағанды 2022

**№1 дәріс. *Пластиналар туралы негізгі түсініктер мен болжамдар.***

Жоспар:

1. Негізгі түсініктер мен болжамдар. Жылжулар мен деформациялар.

2. Кернеулер мен ішкі күштер.

3. Пластинаның дифференциалдық тепе – теңдік теңдеуі мен шекаралық шарттары, негізгі параметрлері.

*Негізгі түсініктер мен болжамдар.* *Жылжулар мен деформациялар*

Жазық элемент осы жазықтыққа перпендикуляр жүктеме әсерінен иіле алатын пластина деп аталады. Осы пластинаны координаттық жүйеде () қарастырайық: - пластинаның координаттық өстер бойындағы өлшемдері (қабырғаларының ұзындықтары); - координаттық өс бойындағы өлшемі (пластинаның қалыңдылығы). Жазықтық пластинаның орта (бейтарап) жазықтығы болып табылады да, сыртқы көлденең күштер әсерінен пластинаның иілуінде бетке айналады. Өлшемдердің шамалары бір – біріне парапар болғандықтан, және пластинаның тәуелсіз өлшемдері болып табылады. Пластинаның қалыңдылығы оған тікелей әсер етеді:



* егер болса, онда пластина қалың болады (қалың пластина);



* егер болса, онда пластина өте жұқа болады (жарғақ);



* егер болса, онда пластина жұқа болады (жұқа пластина болады);



* егер үлкен майысу – () болса, онда пластина қатты деп аталынады;



* егер болса, онда пластина майысқақ болады.



Нақтыланған классикалық теория келесі болжамдарға негізделген:

* көлденең қысылу заңдылық бойынша өзгереді

, (1.1)



мұнда - көлденең қысым параметрі; - көлденең өлшемсіз координата; - негізгі майысу функциясы; - координаттық өс бойымен бағытталған жылжу;



* көлденең ығысулар (сырғулар) белгілі деп саналынады

(1.2)



мұнда - көлденең ығысу параметрі; - серпімділік тұрақтылар параметрі; - көлденең ығысу таралу функциясы;



* көлденең қысым тангенциалдық деформацияларға пропорционал болады.



(1.3)



мұнда - көлденең қысым параметрі.



Егер болса, осы теорияның дербес түрі болып белгілі классикалық (техникалық) теория табылады.



Болжам (1.1)-ді интегралдау және шартты



ескеру арқылы көлденең жылжу функциясын анықтаймыз

(1.4)



Табылған жылжуды (1.4) болжам (1.2)-ге енгізіп оны интегралдау арқылы және шарттарды (бейтарап жазықтық созылмайды немесе қысылмайды)



қолдану арқылы тангенциалдық жылжуларды табамыз

(1.5)



мұнда - тангенциалдық жылжулар таралу функциясы.



Осы жылжуларды (1.4) және (1.5) ескере отырып серпімділік теориясының формулалары бойынша деформацияларды анықтаймыз:

(1.6)



Осы алты деформациялардың үшеуі қабылданып және үшеуі анықталынады.



*Кернеулер мен ішкі күштер*

Гуктың жалпы заңдары пластинаның материалы изотропты болғанда былайша жазылады.



(1.7)



мұнда - пластинаның материалының серпімділік модулі мен Пуассон коэффициенті.



Осы заңдардың кейбірлерін болжам (1.3) бойынша келесі түрге келтіруге болады

(1.8)



мұнда - жалпыланған серпімділік модулі мен Пуассон коэффициенті.



Деформациялар компоненттерін (1.6) өрнектерге (1.7) және (1.8) – ге енгізу арқылы кернеулер компоненттерін табамыз.

(1.9)



- Лаплас операторы.



Жанамалық кернеудің ығысу модулі былайша түрлендірілген:



Көлденең нормальдық және жанамалық кернеулер компоненттері кернеулік тепе – теңдік теңдеулеріне



(1.9) – шы өрнектегі кернеулерді енгізіп оларды интегралдау арқылы анықталады



(1.10)



мұнда , - жанамалық және нормалдық кернеулердің таралу функциялары.



Ішкі күштер компоненттері тең болады:

(1.11)



мұнда - пластинаның жалпыланған цилиндрлік қатаңдығы.



Кернеулер (1.9) және (1.10) ішкі күштер (1.11) арқылы былайша анықталады.



(1.12)



мұнда - тепе-теңдік теңдеулерін, ал - Гук заңдарын қанағаттандыратын кернеулер.



Егер тангенциалдық деформацияларды келесі түрде қабылдап алатын болсақ

(1.13)



онда болжам (1.3) бойынша анықталатын кернеу тең болады

(1.14)



Гук заңы бойынша анықталатын көлденең деформация (1.8) деформацияларды (1.6) ескеру арқылы былайша жазылады

(1.15)



Пластинаның жалпыланған цилиндрлік қатаңдығын (1.11) жалпыланған серпімділік модулін (1.6) ескеру арқылы келесі түрге келтіруге болады.

(1.16)



мұнда - пластинаның классикалық теориясындағы цилиндрлік қатаңдығы; - жалпыланған қатаңдық параметрі.



*Пластинаның дифференциалдық тепе – теңдік теңдеуі мен шекаралық шарттары, негізгі параметрлері*

Тепе – теңдік теңдеуін алу үшін көлденең нормалдық кернеудің шекаралық шарттарын қолданамыз.



мұнда - пластинаға әсер ететін жүктеменің қарқындылығы.



Осы шартқа (3.4) – шы өрнекті енгізу арқылы аламыз

яғни (1.17)



мұнда - пластинаның жалпыланған цилиндрлік қатаңдығы (1.16). Осы теңдеу пластинаның иілуінің дифференциалдық теңдеуі болып табылады.



Пластинаның бұрылу бұрыштары жылжулардың (1.5) интегралдық сипаттамалары болып табылады



(1.18)



Пластинаның жақтарында түрлі бекіністер болуы мүмкін. Олардың негізгілері болып табылады:



1. Топсалы бекініс



(1.19)



1. Қатты бекініс



(1.20)



1. Бекініссіз (бос)



4) Тірелген



(1.21)



Осы шарттар пластинаның негізгі шекаралық шарттары болып табылады.

Кернеу (1.14) нүктеде мынандай мән қабылдайды



Осы өрнектен келесі шарттар орындалатын болса

(1.22)



классикалық теориядағы тепе – теңдік теңдеуі алынады



сондықтан қабылданып алынған болжам (1.3) және қысым параметрінің мәні (1.22) дұрыс болып табылады.

Қалған екі параметрді табу үшін (1.1), (1.11) және (1.15) өрнектерді қолдана отырып келесі шарттарды қолданамыз:



(1.23)



Осы теңдеулерді шешу арқылы параметрлерді анықтаймыз

(1.24)



Егер классикалық теория бойынша, майысу функциясы белгілі болса, онда деформациялық күй параметрі (1.24) бойынша табылады.



(1.25)



мұнда - таңданылып алынған пластинаның координаталары.



Табылған параметрлер (1.22) және (1.25) бойынша пластинаның жалпыланған цилиндрлік қатаңдығы (1.16) анықталады.

Егер классикалық теория бойынша майысу функциясы , белгілі болса, онда негізгі теңдеудің (1.17) шешімі оңай табылады



(1.26)



мұнда **-** нақтыланған классикалық теориясының майысу функциясы.



Көлденең жылжудың өзгеру заңдылығын табу үшін (1.13)-ті (1.15)-ға енгізіп (1.24)-ті ескеру арқылы деформацияны анықтаймыз.



мұнда - нормальдық кернеудің (қысымның) таралу заңдылығы (1.13). Осы өрнекті интегралдап аламыз :



,



(1.27)



Бұл жылжудың (1.4) – ден айырмашылығы көлденең қысым мен қысылу бірден ескерілгендігі.

*Негізгі әдебиеттер:*

1. Львов Г. И. Основы теории пластин и оболочек: учебник. – Харьков: 2014. – 145 с.

2. Каюмов Р.А. Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек: учебное пособие.– Казань: Изд-во Казанск. гос. архитек.- строит. ун-та, 2016. - 111 с.

3. Петров В.В. Теория расчета пластин и оболочек: учебник. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2018. – 410 с.

4. Жүнісбеков С. Серпімділік және пластикалық деформация теориялардының негіздері: учебное пособие, 1986. – 267 б.

5. Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері: оқулық. - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1993. - 226 с.

6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник. –М.:Высшая школа, 1990. -400с.

*Қосымша әдебиеттер:*

1. Тұрсынов К.А. Ортотроптық пластинаның иілуінің классикалық және дәлденген теориялары. //Қарағанды университетінің хабаршысы. Математика сериясы.-2005.- №37.- Б. 64-74.

2. Байнатов Ж. Құрылыс механикасы (ғимараттарды динамикаға, сейсмикаға және тұрақтылыққа есептеу). - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1996. - 235 б.

3. Тұрсынов К.А. Тік бұрышты пластинаның иілуі. // ҚарМУ хабаршысы. Математика сериясы. -2006. -№44. –Б.73-82.

**№2 дәріс. *Пластиналарды есептеу әдістері.***

Жоспар:

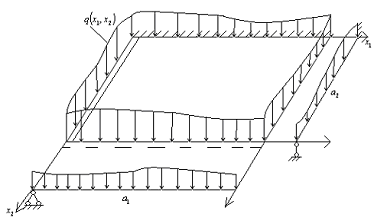
1. Тік бұрышты пластинаның иілуі.

2. Жартылай шексіз пластинаның иілуі.

*Тік бұрышты пластинаның иілуі*

Пластинаны (сурет 2.1) координаттық жүйеде (,) қарастырайық. Оның жақтарында () әртүрлі байланыстар орналасқан. Осы пластинаға әсер ететін жүктеменің қарқындылығы белгілі заң бойынша өзгеретін болсын. Пластинаның кернеулік және деформациялық күйлерін анықтау үшін классикалық (техникалық) теорияны қолданамыз. Бұл теорияны айнымалыларды бөлу әдісі бойынша былайша жүзеге асырамыз:





Сурет 2.1 - Тік бұрышты пластина

- Майысу функциясы қабылданады



(2.1)



мұнда - максимал (үлкен) майысу; - координаттық өстер бойындағы арқалықтардың (пластинаның талшықтарының) анықталатын өлшемсіз майысу функциялары; - өлшемсіз координаталар; - таңдалынып алынатын координаталар;



- Бұрылу (көлбеу) бұрыштары анықталады:



(2.2)



мұнда - координаттық өстер () бойындағы пластинаның көлденең қимасының бұрылу бұрыштары;



- Қисықтықтар мен бұрылу табылады:



(2.3)



мұнда - координаттық өстер () бойындағы пластинаның талшықтарының майысуын сипаттайтын шамалар; - олардың осы бағыттардағы бұрылуын сипаттайтын шама.



- Иілу () мен бұралу () моменттері анықталады:



(2.4)



мұнда - координаттық өстер () бойымен бағытталған иілу моменттері; - осы бағыттардағы пластинаның талшықтарын бұрайтын момент; - пластинаның цилиндрлік қатаңдығы және қалыңдылығы; - пластинаның материалының серпімділік модулі мен Пуассон коэффициенті;



- Көлденең күштер () табылады:



(2.5)



мұнда - координаттық өстерге () перпендикуляр көлденең күштер;



- Ішкі () және сыртқы () күштердің қарқындылықтары анықталынады:



; (2.6)



мұнда , - ішкі және сыртқы күштердің қарқындықтарының таралу функциялары;



- Пластинаның тепе-теңдік шарттары тексеріледі:



* 1. ;



* 1. ; (2.7)



;



мұнда - ішкі және сыртқы күштердің тең әсерлі күштері; - олардың жұмыстары;



- Пластинаның шекаралық шарттары орындалады:

* 1. қозғалмайтын топсалы жағындағы ()



(2.8)



* 1. қатты бекінген жағындағы ()



(2.9)



* 1. бос (бекініссіз) жағындағы ()



(2.10)



* 1. қозғалатын тіректі жағындағы ()



(2.11)



Осы шарттарды (2.8) – (2.11) майысу функциясының өрнегін (2.1) қолдану арқылы былайша жазуға болады:

1. қозғалмайтын топсалы жағындағы ()



(2.12)



1. қатты бекінген жағындағы ()



(2.13)



1. бос (бекініссіз) жағындағы ()



(2.14)



Егер болса, онда осы өрнек мына түрді қабылдайды



1. қозғалатын тіректі жағындағы ()



(2.15)



Сөйтіп, (2.12) және (2.13) өрнектерде тәуелсіз екі, ал (2.14) және (2.15)-те үш шарттар болып табылады.

*Жартылай шексіз пластинаның иілуі*

Классикалық теорияны қолдану арқылы жартылай шексіз пластинаның иілу есебі шығарылған. Пластинаның бос жағына түскен контурлық күштер әсерінен оның деформациялық және кернеулік күйлері нақ түрінде анықталған.

Пластинаны координаттық жүйеде қарастырайық. Оның жағына әсер ететін контурлық күштер келесі заңдылық бойынша өзгеретін болсын



(2.16)



мұнда - сыртқы иілу моменті, көлденең күш және бұралу моменті; - өлшемсіз координаталар; - координаттық өстер () бойындағы пластинаның өлшемдері; - натуралдық сандар (1,2,3,...).



Осы пластинаны есептеу үшін классикалық теорияны айнымалыларды бөлу әдісі бойынша қолданамыз:

* майысу функциясын таңдап аламыз

(2.17)



мұнда - үлкен майысу; - таңдалынып алынатын өлшемсіз функциялар;



* ішкі күштер өрнектерін анықтаймыз



(2.18)



мұнда - иілу моменттері; - бұралу моменттері; - көлденең күштер; - пластинаның цилиндрлік қатаңдығы мен қалыңдығы; - серпімділік модулі мен Пуассон коэффициенті;



* тепе-теңдік теңдеуін ескереміз

(2.19)



мұнда - сыртқы көлденең жүктеменің қарқындылығы;



* шекаралық шарттарды пластинаның жағындағы () орындатамыз



(2.20)



Иілу есебінің шешімін анықтау үшін өлшемсіз функцияны таңдап аламыз

(2.21)



Сыртқы жүктеменің қарқындылығын келесі түрде қабылдаймыз

(2.22)



Егер (2.21) мен (2.22)-ні теңдеуге (2.19) енгізсек, онда ол келесі түрді қабылдайды



Бұл теңдеудің жалпы шешімі болып табылады

(2.23)



мұнда - анықталатын тұрақты белгісіздер.



Сөйтіп, жартылай шексіз пластинаның негізгі функциялары болып (2.21) және (2.23) табылады.

Пластинаның бос жағындағы () шекаралық шарттардан (2.20) өрнектерді (2.16), (2.18), (2.21), (2.23) ескере отырып тұрақты белгісіздерді анықтайтын теңдеулер аламыз:



,



,



Оларды шешу арқылы тұрақты белгісіздерді анықтаймыз

;



; (2.24)



;



Келесі шартты қолдану арқылы үлкен майысуды табамыз



(2.25)



Табылған белгісіздердің мәндерін (2.24) ескере отырып жартылай шексіз пластинаның иілу есебінің нақ шешімін анықтаймыз

(2.26)



Осы шешімнің пластина теориясында алатын орынын анықтау үшін қарастырылып отырған есепті жалпыланған көлденең күшті (Кирхгоф күшін)

(2.27)



енгізу арқылы шығарып көрелік.

Өлшемсіз функцияны (2.21) түрінде алып және сыртқы жүктеменің қарқындылығын келесі түрде



қабылдап алып негізгі теңдеудің (2.19) шешімін анықтаймыз

(2.28)



Пластинаның бос жағындағы () екі шекаралық шарттардан



тұрақты белгісіздерді анықтаймыз

, (2.29)



Келесі шартты () қолданып үлкен майысуды анықтаймыз



(2.30)



Белгісіздердің мәндерін (2.29) ескеру және (2.17), (2.18), (2.27) бойынша жартылай шексіз пластинаның иілу есебінің шешімін (Кирхгоф күшін енгізгендегі) табамыз:



(2.31)



Алынѓан шешімдер (2.25), (2.26), (2.30) жєне (2.31) бойынша мына параметрлерді аныќтаймыз:



;



;



;



мұнда фигуралық жақшаның ішінде Кирхгоф күшін енгізу арқылы алынған нәтижелер көрсетілген.

Осы нәтижелерді салыстыру арқылы мынандай тұжырымдар жасауға болады:

* үш шекаралық шарттарды қанағаттандыратын шешімдер (10.10) және (10.11) дұрыс болып табылады;
* екі шекаралық шарттарды қанағаттандыратын шешімдер (10.15) және (10.16) бұрыс болып табылады;
* Кирхгоф күшін (10.12) енгізгенде пластинаның бос жағында () берілген контурлық күштерден бөлек күштер пайда болады да, үлкен майысу таңбасын өзгертеді;



Үш шекаралық шарттар пластинаның бос жағындағы орындалатын сыртқы жүктеменің қарқындылығын түрлендіру арқылы толығымен қанағаттандырылады.

*Негізгі әдебиеттер:*

1. Львов Г. И. Основы теории пластин и оболочек: учебник. – Харьков: 2014. – 145 с.

2. Каюмов Р.А. Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек: учебное пособие.– Казань: Изд-во Казанск. гос. архитек.- строит. ун-та, 2016. - 111 с.

3. Петров В.В. Теория расчета пластин и оболочек: учебник. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2018. – 410 с.

4. Жүнісбеков С. Серпімділік және пластикалық деформация теориялардының негіздері: учебное пособие, 1986. – 267 б.

5. Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері: оқулық. - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1993. - 226 с.

6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник. –М.:Высшая школа, 1990. -400с.

*Қосымша әдебиеттер:*

1. Тұрсынов К.А. Ортотроптық пластинаның иілуінің классикалық және дәлденген теориялары. //Қарағанды университетінің хабаршысы. Математика сериясы.-2005.- №37.- Б. 64-74.

2. Байнатов Ж. Құрылыс механикасы (ғимараттарды динамикаға, сейсмикаға және тұрақтылыққа есептеу). - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1996. - 235 б.

3. Тұрсынов К.А. Тік бұрышты пластинаның иілуі. // ҚарМУ хабаршысы. Математика сериясы. -2006. -№44. –Б.73-82.

**№3 дәріс. *Материалы әртүрлі пластиналарды есептеу.***

Жоспар:

1. Майысқақ пластинаны есептеу

2. Транстроптық пластинаның иілуі

3. Ортотроптық пластинаның классикалық және дәлденген теориялары

*Майысқақ пластинаны есептеу*

Тік бұрышты пластинаны кооррдинаттық жүйеде қарастырайық. Оның кернеулік және деформациялық күйлерін анықтау үшін белгілі классикалық (техникалық) теорияны қолданамыз. Бұл теорияны айнымалыларды бөлу әдісін қолдана отырып былайша жүзеге асырамыз:



Майысу және кернеу функцияларын қабылдап аламыз.



(3.1)



мұнда - үлкен майысу; - момент; - анықталатын өлшемсіз функциялар; - өлшемсіз координаталар; - координаттық өстер бойындағы пластинаның өлшемдері; - таңдалынып алынатын өлшемсіз функциялар.



Мембраналық күштер және моменттер мен көлденең күштерді анықтаймыз.



(3.2)



Мембраналық деформациялар мен жылжулар табылады



(3.3)



мұнда - анықталатын тұрақты белгісіздер;



- теңдеулер шешіледі

- тепе-теңдік



(3.4)



мұнда - сыртқы жүктеменің өзгеру заңдылығы;



* 1. үйлесімділік



(3.5)



мұнда - цилиндрлік қатаңдық; - пластинаның қалыңдылығы; - пластинаның материалының серпімділік модулі мен Пуассон коэффициенті;



- шекаралық шарттар () жағындағы қанағаттандырылады:



* 1. қозғалмайтын топсалы байланыс болса

(3.6)



* 1. қозғалатын топсалы байланыс болса

(3.7)



* 1. қатты сырғымалы бекініс болғанда

(3.8)



* 1. қатты сырғымайтын бекініс болса

(3.9)



* 1. бекініс болмаса (бос болса)

(3.10)



Сөйтіп, кез келген майысқақ пластинаның кернеулік және деформациялық күйлері функциялар арқылы анықталады. Олар теңдеулерді (3.4), (3.5) шешу және шекаралық шарттарды (3.6) – (3.10) қанағаттандыру арқылы анықталады. Осы теңдеулерді (сызықсыз) шешу көп математикалық проблемалар туғызады. Айнымалыларды бөлу әдісі бойынша есептің жуық шешімін полином түрінде оңай алуға болады.



*Транстроптық пластинаның иілуі*

Төрт бұрышты транстроптық пластинаны координаттық жүйеде - координаттық өстер бойындағы пластинаның өлшемдері қарастырайық. Осы пластинаның есептеу теориясын алу үшін серпімділік теорияның негізгі қатыстарын қолданайық:



* кернеулік тепе-теңдік теңдеулерін

(3.10)



- нормальдық және жанамалық кернеулер; - көлемдік күштердің құраушылары;



* деформациялар компоненттерін

(3.11)



- сызықтық және ығысу деформациялары; - координаттық өстер () бойындағы орын ауыстырулар;



* Гук заңдарын

(3.12)



- серпімділі тұрақтылар;



* шекаралық шарттарын

(3.13)



- сыртқы жайылған жүктеменің қарқындылығы.



Осы серпімділі теорияның үш аргументке тәуелді функцияларын () екі аргуметті функцияларға келтіру үшін келесі интегралдық сипаттамаларды енгіземіз:



- бұрыштар () мен майысу функциясын ()



(3.14)



- серпімділік дененің нормалының координаттық өстер () бағытындағы бұрылу бұрыштары; - дененің жалпыланған майысу функциясы (орын ауыстыру өсі бойындағы);



- деформациялардың (3.11)

(3.15)



* кернеулердің

(3.16)



- иілу моменттері және өсі бойындағы; - бұралу моменті және өстеріндегі; - көлденең күштер және өстеріне перпендикуляр; - көлденең қысымның статикалық моменті мен ауданы;



* кернеулік тепе-теңдік теңдеулерінің (3.10) шекаралық шарттарды (3.13) қолдану арқылы



Егер көлденең қысымның өзгеру заңы төмендегідей

(3.17)



болса, онда Гук заңын (3.12) мына түрге келтіруге болады

(3.18)



- жалпыланған серпімділік модулі мен Пуассон коэфициенті.



Осы кернеулерді және деформацияларды (3.15) ескере отырып ішкі күштерді (3.18) былайша жазамыз

(3.19)



- иілу және көлденең ығысу қатаңдықтары.



Ішкі күштерді (3.19) тепе-теңдік теңдеулеріне (3.16) қойсақ, онда олар () мына түрді қабылдайды



(3.20)



Егер бұрыштар мен жалпыланған майысу функциясын мына түрде қабылдасақ

(3.21)



- пластинаның майысу функциясы, онда теңдеулер жүйесінің (3.20) бірінші және екінші теңдеулерді толық қанағаттандырады да, ал үшінші теңдеулер келесі түрде жазылады:



(3.22)



Ішкі күштерге (3.19) бұрыштар мен майысу функциясын (3.21) енгізсек, онда олар стандарттық түрді қабылдайды

(3.23)



Пластинаның жақтарында () келесі шарттар орындалады:



* топсалы тіректер болғанда

(3.24)



* қатты бекініс болғанда

(3.25)



* бекініссіз (бос) болғанда

(3.26)



Көлденең қысымның (3.17) статикалық моменті (3.15) және (3.17) бойынша былайша анықталады

(3.27)



- функциясының Лаплас операторы.



*Ортотроптық пластинаның классикалық және дәлденген теориялары*

Жұқа ортотроптық пластинаны декарттық координаттық жүйеде () - қарастырамыз.



Классикалық теорияны алу үшін келесі болжамдарды қабылдаймыз:

1. Көлденең бағытта ( өсі бойында) деформациялар () мен кернеу () болмайды



(3.28)



1. Пластинаның бейтарап қабаты () созылмайды (қысылмайды)



(3.29)



Деформациялар өрнектерін (3.28) интегралдау және болжамды (3.29) қолдану арқылы орын ауыстыруларды табамыз

(3.30)



- пластинаның майысу функциясы.



Деформацияларды серпімділік теорияның формулаларымен анықтаймыз

(3.31)



Кернеулерді (3.28) және (3.31) өрнектерді ескере отырып, жалпыланған Гук заңдарынан табамыз

(3.32)



Осы кернеулерді () ескеру арқылы тепе-теңдік теңдеулерін



интегралдап көлденең жанамалық кернеулерді анықтаймыз

(3.33)



- жанамалық кернеулердің таралу функциясы.



Табылған жанамалық кернеулерді (3.33) келесі тепе-теңдік теңдеуіне



қойып, оны интегралдау арқылы көлденең нормальдық кернеуді табамыз

(3.34)



- таралу функциясы; - бигармоникалық оператор.



Анықталған кернеулер (3.33) және (3.34) келесі шекаралық шарттарды

(3.35)



толығымен қанағаттандырады.

Майысу функциясын анықтайтын теңдеу



(3.36)



келесі шекаралық шарттан (3.34)-ші өрнекті ескеру арқылы алынады



- сыртқы жайылған жүктеменің қарқындылығы.



Негізгі теңдеуді (3.36) стандарттық түрде жазуға болады

(3.37)



- біртекті пластинаның цилиндрлік қатаңдығы; - серпімділі тұрақтылар.



Кернеулердің өрнектерін (3.32) және (3.33) қолдана отырып иілу (), бұралу () және көлденең күштерді () табамыз



(3.38)



Осы ішкі күштердің өрнектерін қолдану арқылы кернеулерді (3.32), (3.33), (3.34) келесі түрде жазуға болады

(3.39)



Пластинаның жақтарында () келесі шарттардың бірі орындалады:

1. топсалы тірек болса

(3.40)



1. қатты бекініс болса

(3.41)



1. бекініс болмаса (бос болса)

(3.42)



*Негізгі әдебиеттер:*

1. Львов Г. И. Основы теории пластин и оболочек: учебник. – Харьков: 2014. – 145 с.

2. Каюмов Р.А. Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек: учебное пособие.– Казань: Изд-во Казанск. гос. архитек.- строит. ун-та, 2016. - 111 с.

3. Петров В.В. Теория расчета пластин и оболочек: учебник. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2018. – 410 с.

4. Жүнісбеков С. Серпімділік және пластикалық деформация теориялардының негіздері: учебное пособие, 1986. – 267 б.

5. Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері: оқулық. - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1993. - 226 с.

6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник. –М.:Высшая школа, 1990. -400с.

*Қосымша әдебиеттер:*

1. Тұрсынов К.А. Ортотроптық пластинаның иілуінің классикалық және дәлденген теориялары. //Қарағанды университетінің хабаршысы. Математика сериясы.-2005.- №37.- Б. 64-74.

2. Байнатов Ж. Құрылыс механикасы (ғимараттарды динамикаға, сейсмикаға және тұрақтылыққа есептеу). - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1996. - 235 б.

3. Тұрсынов К.А. Тік бұрышты пластинаның иілуі. // ҚарМУ хабаршысы. Математика сериясы. -2006. -№44. –Б.73-82.

**№4 дәріс. *Қабықшаларды есептеу әдістері.***

Жоспар:

1. Жайпақ қабықшаны есептеу.

2. Қабықшаның шекаралық шарттары және негізгі формулалары.

*Жайпақ қабықшаны есептеу*

Жайпақ қабықшаны сурет 7.1 координаттық жүйеде (,) қарастырайық. Оның жақтарында () әртүрлі байланыстар орналасқан және оған әсер ететін жүктеменің өзгеру заңдылығы берілген. Қабықшаның бейтарап беті эллиптикалық параболоид теңдеуімен анықталатын болсын



(4.1)



Сурет 7.1 - Жайпақ қабықша

мұнда , - көтерім биіктігі. Осы қабықшаның кернеулік және деформациялық күйлерін анықтау үшін классикалық (техникалық) теорияны қолданамыз.



Есептеу алгоритмі айнымалыларды бөлу әдісі бойынша былайша жүзеге асырылады:

- Майысу және кернеу функциялары кабылданып алынады



мұнда - үлкен майысу; - үлкен момент; - өлшемсіз координаталар; - анықталатын өлшемсіз функциялар.



- Бұрылу бұрыштары мен ішкі күштер анықталады



(4.2)



мұнда - координаттық өстер () бойындағы қабықшаның көлденең қимасының бұрылу бұрыштары; осы өстерге перпендикуляр қабықшаның талшықтарының ішкі күштері.



- Қисықтықтар , бұрылу және мембраналық ішкі күштер () табылады



(4.3)



мұнда - координаттық өстер () бойындағы талшықтарға перпендикуляр; - осы талшықтарды айналдырады; - координаттық өстер () бойындағы талшықтарға перпендикуляр; - осы талшықтарды сырғытады;



- Иілу () мен бұралу () моменттері және деформациялар () анықталады



(4.4)



.



мұнда - координаттық өстер () бойындағы талшықтарды иеді; - оларды бұрайды; - координаттық өстер () бойындағы талшықтарды созады (қысады), - оларды сырғытады; - қабықшаның цилиндрлік қатаңдығы мен қалыңдылығы; - оның материалының серпімділік модулі мен Пуассон коэффициенті;



- Бейтарап беттегі жылжулар айқындылады



(4.4\*)



- Көлденең күштер () мен айналу бұрыштары () табылады



(4.5)



мұнда - координаттық өстер () бойындағы талшықтарға перпендикуляр әсер етеді; - осы перпендикулярды айналдырады;



- Бас қисықтықтар () заңдылық (4.1) бойынша табылады



(4.6)



- Иілу () және бейтарап беттің деформациясының () энергиялары анықталады



(4.7)



- Тепе-теңдік және үйлесімділік теңдеулері қолданылады



(4.8)



*Қабықшаның шекаралық шарттары және негізгі формулалары*

Қабықшаның жағындағы () шекаралық шарттар қанағаттандырылады



* 1. Егер ол қозғалатын топса арқылы бекінген және өз жазықтығында қатты, ал жазықтығынан майысқақ болса

(4.9)



* 1. Егер ол қозғалмайтын топса арқылы бекінген және өз жазықтығында қатты, ал жазықтығынанда қатты болса

(4.10)



мұнда деформациялар формулалармен (4.4) және (4.5) бойынша анықталмақ.



* 1. Егер ол қозғалатын қыспа арқылы бекінген және өз жазықтығында қатты, ал жазықтығынан майысқақ болса

(4.11)



* 1. Егер ол қозғалмайтын қыспа арқылы бекінген және өз жазықғында қатты, ал жазықтығынан да қатты болса

(4.12)



- Үлкен майысу () мен момент () табылады



(4.13)



Сөйтіп, негізгі формулаларды (4.1) – (4.13) қолданып, жайпақ қабықшаны кез келген жүктеме әсеріне есептеуге болады.



Негізгі өлшемсіз функциялардың түрлері шекаралық шарттарға тәуелді болады. Олардың кейбіреулері былайша жазылады:

1. Қабықшаның жақтары () топса арқылы бекінген болса



(4.14)



1. Қабықшаның жақтарының () нүктелері координаттық өстер () бойымен қозғала алатын болса



(4.15)



Алынған функциялар (4.14) және (4.15) жазық элементтерге арналған (пластинаға). Оларды алу үшін біртекті теңдеу () қолданылған. Негізінде қабықшаның функциясын алу үшін біртексіз теңдеуді қолданған жөн боп табылады. Егер жайпақ қабықшаның жақтары () топсалы байланыстар арқылы бекінетін болса, онда оның негізгі функциясы мына теңдеуді



,



және шекаралық шарттарды

,



қанағаттандыру арқылы алынады:

(4.16)



.



Егер болса, онда (4.16)-ден бұрынғы нәтиже (4.14) алынады, егер де осы функцияның үлкен мәні нүктесіне жақын орналасады.



Жайпақ қабықшаны біркелкі жүктеме әсеріне есептеу керек. Қабықшаның жақтары топса арқылы бекінген және жақтардың жазықтықтарындағы нүктелердің еркін қозғалу мүмкіндіктері бар.



Шекаралық шарттарды



қанағаттандыратын негізгі өлшемсіз функциялар және олардың туындылары келесі түрлерде болады:



(4.17)



Егер , онда болады,



Егер , онда ұмтылады. Осы функциялар (4.15) және (4.16)-ны қолдану арқылы алынған.



Енді табылған функцияларды (4.17) қолданып (4.13)-ы формула бойынша табамыз



(4.18)



Осы нәтижені қолдану арқылы үлкен майысу () мен момент () (4.13)-ы формула бойынша анықталынады.



Негізгі формулаларды (4.1) – (4.7) қолданып қарастырылып отырған қабықшаның кернеулік және деформациялық күйлерін оңай табуға болады.

Жайпақ қабықшының шешімінің дербес түрі болып пластинаның иілу есебінің шешімі табылады. Бұл жағдайда болғандықтан (4.18), (4.17); (4.13), жақшаның ішінде формулалардың нөмірлері көрсетілген.



*Негізгі әдебиеттер:*

1. Львов Г. И. Основы теории пластин и оболочек: учебник. – Харьков: 2014. – 145 с.

2. Каюмов Р.А. Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек: учебное пособие.– Казань: Изд-во Казанск. гос. архитек.- строит. ун-та, 2016. - 111 с.

3. Петров В.В. Теория расчета пластин и оболочек: учебник. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2018. – 410 с.

4. Жүнісбеков С. Серпімділік және пластикалық деформация теориялардының негіздері: учебное пособие, 1986. – 267 б.

5. Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері: оқулық. - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1993. - 226 с.

6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник. –М.:Высшая школа, 1990. -400 с.

*Қосымша әдебиеттер:*

1. Тұрсынов К.А. Ортотроптық пластинаның иілуінің классикалық және дәлденген теориялары. //Қарағанды университетінің хабаршысы. Математика сериясы.-2005.- №37.- Б. 64-74.

2. Байнатов Ж. Құрылыс механикасы (ғимараттарды динамикаға, сейсмикаға және тұрақтылыққа есептеу). - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1996. - 235 б.

3. Тұрсынов К.А. Тік бұрышты пластинаның иілуі. // ҚарМУ хабаршысы. Математика сериясы. -2006. -№44. –Б.73-82.

**№5 дәріс. *Топсалы тіректі пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу.***

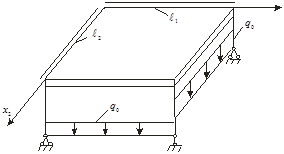
Жоспар:

1. Топсалы пластинаның иілім функциясы.

2. Топсалы пластинаның ішкі күштері мен кернеулері.

*Топсалы пластинаның иілім функциясы*

Пластинаның горизонтал талшығын арқалық түрінде (сурет 5.1) есептеу



Сурет 5.1 - Топсалы тіректі пластина

* негізгі теңдеу



* шекаралық шарттар

 және : ;

* өлшемсіз иілім функциясы

. (5.1)

- Пластинаның вертикал талшығын арқалық түрінде (сурет 5.1) есептеу

негізгі теңдеу

, ;

шекаралық шарттар

 және : , ;

өлшемсіз иілім функциясы

. (5.2)

- Пластинаның өлшемсіз иілім және қарқындылық функциялары

, (5.3)



- Арқалықтардың иілім функцияларының және олардың туындыларының интегралдық сипаттамалары

, , (5.4)

, .

- Пластинаның иілім функциясының параметрі

,

,

, (5.5)



, , .

- Пластинаның классикалық теориясының иілім функциясы

. (5.6)

- Көлденең ығысуды ескергендегі жылжулар компонеттері

,

,

,

,

, (5.7)

,

,

, , ,

,

, , .

*Топсалы пластинаның ішкі күштері мен кернеулері*

- Пластинаның ішкі күштері

, , ,



;

, , ,



,

, , ,



,

, , 



, (5.8)

, , 



.

Пластинаның кернеулер компонеттерін былайша анықтаймыз

,

,

,

,

,

,

, , , , , (5.9)

,

.

Пластинаның тік реакциялары және олардың теңгеруші күштері

 (5.10)



Пластинаның контурының толық реакциясы



 (5.11)

Негізгі функциялардың үлкен мәндері

,

,

, (5.12)

,

, ,

, .

Жылжулар мен кернеулердің үлкен мәндері

,

,

,

,

, (5.13)

,

,

,

.

Пластинаның үлкен тік жылжуы мен ішкі күштерін арқалықтың үлкен тік жылжуы мен ішкі күштері арқылы өрнектеу

,

,

,

, (5.14)

,

, , ,

, ,

егер , ,  (көлденең ығысу ескерілмейді), онда

, , .

Көлденең ығысу параметрі () және классикалық теорияның қателігі ()

, , , ,  ( - изотроптық материал,  - транстроптық материал);

егер , , онда:

 (5.15)



Пластинаның иілім функциясының параметрін бұрыштық бұралу моментін ескеру арқылы анықтау.

Көлденең күш теңгерушілері бойынша реакцияларды (5.10) анықтау

;

* бұрыштық бұралу моменттері бойынша реакцияларды табу

;

* толық реакция тең болады

;

* иілім параметрі тепе-теңдіктен анықталған

; (5.16)

* максимал иілім параметрі

;

а) егер , онда ;

б) егер , онда .

Айта кететін жәй нәтиже а) теңдеуді (5.5) толығымен қанағаттандыратын болса, ал нәтиже б) оны қанағаттандырмайды.

Есептеудің түйіндемесі. Топсалы тіректі пластинаның көлденең ығысуды ескеру арқылы кернеулік және деформациялық күйлері анықталған. Осы пластинаның иілім функциясы арқалықтардың иілім функциялары арқылы табылған. Көлденең ығысу параметр арқылы ескерілген. Пластинаның контурының тік реакцияларының өзгеру заңдылығы анықталған. Көлденең ығысуды ескергенде үлкен жылжулар өседі де, ал жанамалық кернеу мәні азаяды. Пластинада пайда болатын жылжулар мен ішкі күштер арқалықта пайда болатын жылжулар мен ішкі күштерден әрдайым кіші болады. Пластинаның классикалық теориясының қателігі ығысу параметрі көбейген сайын өсіп отырады. Иілім параметрін анықтау екі тәсілмен (5.16) жүргізілген.

Жалған реакцияны () енгізгендегі нәтиже б) әдебиеттерде жиі кездесетін басқа әдістермен (Навье, Леви, Бубнов-Галеркин т.б.) алынған нәтижеге өте жақындайды. Осы әдістер дұрыс деп саналғанмен, олар бойынша алынған нәтиже тепе-теңдік теңдеуін (5.5) қанағаттандырмайды. Сол себептен бұдан былай жалған реакцияны () ескермейтін боламыз.

*Негізгі әдебиеттер:*

1. Львов Г. И. Основы теории пластин и оболочек: учебник. – Харьков: 2014. – 145 с.

2. Каюмов Р.А. Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек: учебное пособие.– Казань: Изд-во Казанск. гос. архитек.- строит. ун-та, 2016. - 111 с.

3. Петров В.В. Теория расчета пластин и оболочек: учебник. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2018. – 410 с.

4. Жүнісбеков С. Серпімділік және пластикалық деформация теориялардының негіздері: учебное пособие, 1986. – 267 б.

5. Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері: оқулық. - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1993. - 226 с.

6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник. –М.:Высшая школа, 1990. -400с.

*Қосымша әдебиеттер:*

1. Тұрсынов К.А. Ортотроптық пластинаның иілуінің классикалық және дәлденген теориялары. //Қарағанды университетінің хабаршысы. Математика сериясы.-2005.- №37.- Б. 64-74.

2. Байнатов Ж. Құрылыс механикасы (ғимараттарды динамикаға, сейсмикаға және тұрақтылыққа есептеу). - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1996. - 235 б.

3. Тұрсынов К.А. Тік бұрышты пластинаның иілуі. // ҚарМУ хабаршысы. Математика сериясы. -2006. -№44. –Б.73-82.

**№6 дәріс. *Жақтары қатты және топсалы бекітілген* *пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу.***

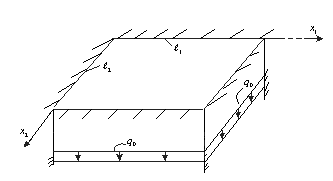
Жоспар:

1. Контуры қатты бекітілген пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу.

2. Қарама-қарсы жақтары топсалы тірелген және қатты бекітілген пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу.

*Контуры қатты бекітілген пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу*

Горизонтал талшықты (сурет 6.1) арқалық түріндегі есептеу



Сурет 6.1 - Қатты бекінген пластина

* негізгі теңдеу

; (6.1)

* шекаралық шарттар

және : ;

* өлшемсіз иілім функциясы

.

Вертикал талшықты (сурет 2) арқалық түріндегі есептеу

* негізгі теңдеу

; (6.2)

* шекаралық шарттар

 және : ;

* өлшемсіз иілім функциясы

;

Пластинаның өлшемсіз иілім  және қарқындылық  функциялары

,

. (6.3)

Арқалықтың иілім функцияларының және олардың туындыларының интегралдық сипаттамалары



 (6.4)

Пластинаның иілім функциясының параметрі



,

. (6.5)

Пластинаның классикалық теориясының иілім функциясы

 (6.6)

Көлденең ығысуды ескергендегі жылжулар компоненттері





, (6.7)

.

,

.

Пластинаның ішкі күштері

, , ,





, , ,

(6.8)

, , ,

,

, , .





, , 



Пластинаның кернеулер компонеттері

, ,

, ,

, ,

, , , , , (6.9)

,

.

Пластинаның контурының тік реакциялары және олардың тең әсер күштері



 (6.10)

Пластинаның контурының толық тік реакциясы

 (6.11)

Негізгі функциялардың үлкен мәндері

,

,, (6.12)

, ,

, ,

, .

Жылжулар мен кернеулердің үлкен мәндері

,

,

,

,

,

,

, (6.13)

,

.

Пластинаның үлкен тік жылжуы мен ішкі күштерін арқалықтың үлкен тік жылжуы мен ішкі күштері арқылы өрнектеу

,

,

,

, (6.14)

,

, , ,

, ,

егер , ,  (көлденең ығысу болмағанда), онда:

, , .

Көлденең ығысу парамерті () және классикалық теорияның қателігі ()

, , , ,

 ( - изотроптық материал,  - транстроптық материал),

егер , , онда:

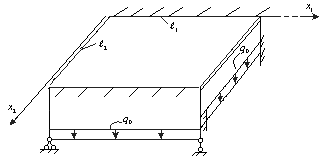
 (6.15)



Қатты бекінген пластинаның көлденең ығысуды ескеру арқылы кернеулік және деформациялық күйлері анықталған. Иілім функциясы арқалықтың иілім функциялары көбейтіндісі түрінде қабылданған. Пластинаның ішкі күштері арқалықтың ішкі күштерінен аз болатындығы айқындалған. Көлденең ығысу параметрі үлкейген сайын классикалық теорияның қателігі артатындығы көрсетілген. Иілу есебінің шешімі жәй полиномдар арқылы алынған.

*Қарама-қарсы жақтары топсалы тірелген және қатты бекітілген пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу*

Горизонтал талшықты (сурет 6.2) арқалық түріндегі есептеу



Сурет 6.2 - Есептеу схемасы

* негізгі теңдеу

;

* шекаралық шарттар

 және : ;

* өлшемсіз иілім функциясы

. (6.16)

Вертикал талшықты (сурет 6.2) арқалық түріндегі есептеу

* негізгі теңдеу

;

* шекаралық шарттар

 және : ;

* өлшемсіз иілім функциясы

; (6.17)

Пластинаның өлшемсіз иілім  және қарқындылық  функциялары

,

. (6.18)

Арқалықтың иілім функцияларының және олардың туындыларының интегралдық сипаттамалары



 (6.18)

Пластинаның иілім функциясының параметрі



,

 (6.19)

Пластинаның классикалық теориясының иілім функциясы

 (6.20)

Көлденең ығысуды ескергендегі жылжулар компоненттері





, (6.21)

.

,

.

Пластинаның ішкі күштері

, , ,



, , ,

,

, , ,

, (6.22)

, , .





, , 



Пластинаның кернеулер компонеттері

, ,

, ,

, ,

, , , , , (6.23)

,

.

Пластинаның контурының тік реакциялары және олардың тең әсер күштері



 (6.24)

Пластинаның контурының толық тік реакциясы

 (6.25)

Негізгі функциялардың үлкен мәндері

,

,, (6.26)

, ,

, ,

, .

Жылжулар мен кернеулердің үлкен мәндері

,

,

,

, (6.27)

,

,

,

,

.

Пластинаның үлкен тік жылжуы мен ішкі күштерін арқалықтың үлкен тік жылжуы мен ішкі күштері арқылы өрнектелуі

,



,

,

, (6.28)

,

мұнда , , ,

, , ,

Көлденең ығысу парамерті () және классикалық теорияның қателігі ()

, , , ,

егер , , онда:

 (6.29)



Қарама-қарсы жақтары топсалы тірелген және қатты бекітілген пластинаның көлденең ығысуды ескеру арқылы кернеулік және деформациялық күйлері анықталған. Иілім функциясы әртүрлі арқалықтардың иілім функциясы арқылы табылған. Көлденең ығысу параметр арқылы ескеріліп жылжулар мен кернеулер анықталған. Пластинаның үлкен жылжуы мен мен ішкі күштері екі түрлі арқалықтардың жылжуы мен ішкі күштері арқылы өрнектелген. Пластинаның контурының реакцияларының өзгерту заңдылығы анықталған.

*Негізгі әдебиеттер:*

1. Львов Г. И. Основы теории пластин и оболочек: учебник. – Харьков: 2014. – 145 с.

2. Каюмов Р.А. Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек: учебное пособие.– Казань: Изд-во Казанск. гос. архитек.- строит. ун-та, 2016. - 111 с.

3. Петров В.В. Теория расчета пластин и оболочек: учебник. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2018. – 410 с.

4. Жүнісбеков С. Серпімділік және пластикалық деформация теориялардының негіздері: учебное пособие, 1986. – 267 б.

5. Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері: оқулық. - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1993. - 226 с.

6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник. –М.:Высшая школа, 1990. -400с.

*Қосымша әдебиеттер:*

1. Тұрсынов К.А. Ортотроптық пластинаның иілуінің классикалық және дәлденген теориялары. //Қарағанды университетінің хабаршысы. Математика сериясы.-2005.- №37.- Б. 64-74.

2. Байнатов Ж. Құрылыс механикасы (ғимараттарды динамикаға, сейсмикаға және тұрақтылыққа есептеу). - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1996. - 235 б.

3. Тұрсынов К.А. Тік бұрышты пластинаның иілуі. // ҚарМУ хабаршысы. Математика сериясы. -2006. -№44. –Б.73-82.

**№7 дәріс. *Контуры бойынша әртүрлі бекітілген пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу.***

Жоспар:

1. Үш шеті топсалы тірелген және бір шеті қатты бекінген пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу.

2. Үш шеті қатты бекітілген және бір шеті топсалы тірелген платинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу.

*Үш шеті топсалы тірелген және бір шеті қатты бекінген пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу*

Горизонтал талшықты (сурет 7.1) арқалық түріндегі есептейміз.



Сурет 7.1 - Есептеу схемасы

* негізгі теңдеу

;

* шекаралық шарттар

: ;

: ;

* өлшемсіз иілім функциясы

. (7.1)

Вертикал талшықты (сурет 7.1) арқалық түріндегі есептеу

* негізгі теңдеу

;

* шекаралық шарттар

 және : ; (7.2)

* өлшемсіз иілім функциясы

;

Пластинаның өлшемсіз иілім  және қарқындылық  функциялары

,

. (7.3)

Арқалықтың иілім функцияларының және олардың туындыларының интегралдық сипаттамалары



 (7.4)

Пластинаның иілім функциясының параметрі





. (7.5)

Пластинаның классикалық теориясының иілім функциясы

 (7.6)

Көлденең ығысуды ескергендегі жылжулар компоненттері





,

, (7.7)

,

.

Пластинаның ішкі күштері

, , ,



, , ,

,

, , ,

, (7.8)

, , .





, , 



Пластинаның кернеулер компонеттері

, ,

, ,

, , (7.9)

, , , , ,

,

.

Пластинаның контурының тік реакциялары және олардың тең әсер күштері



 (7.10)

Пластинаның контурының толық тік реакциясы

 (7.11)

Негізгі функциялардың үлкен мәндері

,

,,

, ,

, , (7.12)

, .

Жылжулар мен кернеулердің үлкен мәндері

,

,

,

, (7.13)

,

,

,

,

.

Пластинаның үлкен тік жылжуы мен ішкі күштерін арқалықтың үлкен тік жылжуы мен ішкі күштері арқылы өрнектеу

,



,

, (7.14)

,

,

, , ,

, , ,

Көлденең ығысу параметрі () және классикалық теорияның қателігі ()

, , , ,

егер , , онда:

 (7.15)



Үш жақтары топсалы тірелген және бір жағы қатты бекітілген пластинаның көлденең ығысуды ескеру арқылы кернеулік және деформациялық күйлері анықталған. Иілім функциясы жәй полиномдар арқылы өрнектелген. Көлденең ығысу параметр арқылы ескерілген. Пластинаның контурының тік реакцияларының өзгеру заңдылықтары айқындалған. Көлденең ығысу параметрінің және классикалық теорияның қателігінің мәндері табылған. Пластинаның үлкен тік жылжуы мен ішкі күштері вертикал және горизонтал арқалықтардың тік жылжуы мен ішкі күштері арқылы өрнектелген.

*Үш шеті қатты бекітілген және бір шеті топсалы тірелген платинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу*

Горизонтал талшықты (сурет 7.2) арқалық түріндегі есептеу



Сурет 7.2 - Есептеу схемасы

* негізгі теңдеу

;

* шекаралық шарттар

: ;

: ;

* өлшемсіз иілім функциясы

. (7.16)

Вертикал талшықты (сурет 5) арқалық түріндегі есептеу

* негізгі теңдеу

;

* шекаралық шарттар

 және : ; (7.17)

* өлшемсіз иілім функциясы

;

Пластинаның өлшемсіз иілім  және қарқындылық  функциялары

,

. (7.18)

Арқалықтың иілім функцияларының және олардың туындыларының интегралдық сипаттамалары

 (7.19)



Пластинаның иілім функциясының параметрі



, (7.20)

,.

Пластинаның классикалық теориясының иілім функциясы

 (7.21)

Көлденең ығысуды ескергендегі жылжулар компоненттері





, (7.22)

,

,

.

Пластинаның ішкі күштері

, , ,



, , ,

,

, , ,

, (7.23)

, , .





, , 



Пластинаның кернеулер компонеттері

, ,

, ,

, ,

, , , , , (7.24)

,

.

Пластинаның контурының тік реакциялары және олардың тең әсер күштері



 (7.25)

Пластинаның контурының толық тік реакциясы

 (7.26)

Негізгі функциялардың үлкен мәндері

,

,,

, ,

, , (7.27)

, .

Жылжулар мен кернеулердің үлкен мәндері

,

,

,

,

,

,

,

, (7.28)

.

Пластинаның үлкен тік жылжуы мен ішкі күштерін арқалықтың үлкен тік жылжуы мен ішкі күштері арқылы өрнектеу

,



, (7.29)

,

,

,

, , ,

, , ,

Көлденең ығысу параметрі () және классикалық теорияның қателігі ()

, , , ,

егер , , онда:

 (7.30)



*Негізгі әдебиеттер:*

1. Львов Г. И. Основы теории пластин и оболочек: учебник. – Харьков: 2014. – 145 с.

2. Каюмов Р.А. Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек: учебное пособие.– Казань: Изд-во Казанск. гос. архитек.- строит. ун-та, 2016. - 111 с.

3. Петров В.В. Теория расчета пластин и оболочек: учебник. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2018. – 410 с.

4. Жүнісбеков С. Серпімділік және пластикалық деформация теориялардының негіздері: учебное пособие, 1986. – 267 б.

5. Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері: оқулық. - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1993. - 226 с.

6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник. –М.:Высшая школа, 1990. -400с.

*Қосымша әдебиеттер:*

1. Тұрсынов К.А. Ортотроптық пластинаның иілуінің классикалық және дәлденген теориялары. //Қарағанды университетінің хабаршысы. Математика сериясы.-2005.- №37.- Б. 64-74.

2. Байнатов Ж. Құрылыс механикасы (ғимараттарды динамикаға, сейсмикаға және тұрақтылыққа есептеу). - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1996. - 235 б.

3. Тұрсынов К.А. Тік бұрышты пластинаның иілуі. // ҚарМУ хабаршысы. Математика сериясы. -2006. -№44. –Б.73-82.

**№8 дәріс. *Серпімді бекітілген пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу***

Жоспар:

1. Жақтары серпімді байланыстағы пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу.

2. Іргелес жақтары серпімді байланыстағы және бос пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу.

*Жақтары серпімді байланыстағы пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу*



Сурет 8.1-Есептеу схемасы

Серпімді байланыстардың параметрлері

,

, ,

 - арқалықтың иілу қатаңдығы және ұзындығы;  - серпімді байланысты (тіректің) иілу қатаңдығы және биіктігі.

Горизонтал талшықты (сурет 8.1) арқалық түріндегі есептеу

* негізгі теңдеу

;

* шекаралық шарттар

;

;

* өлшемсіз иілім функциясы

. (8.1)

Вертикал талшықты (сурет 8.1) арқалық түріндегі есептеу

* негізгі теңдеу

;

* шекаралық шарттар

, ;

* өлшемсіз иілім функциясы

. (8.2)

Пластинаның өлшемсіз иілім  және қарқындылық  функциялары

,

. (8.3)

Өлшемсіз иілім функциялардың аудандары мен біртекті теңдеулердің меншікті сандары



 (8.4)

.

Пластинаның иілім функциясының параметрі



,

 (8.5)

,.

Пластинаның классикалық теориясының иілім функциясы

 (8.6)

Көлденең ығысуды ескергендегі жылжулар компоненттері





,

, (8.7)

,

.

Пластинаның ішкі күштері

, , ,

, , ,



,

, , ,

, (8.8)

, , .



, , 



Пластинаның кернеулер компонеттері

, ,

, , (8.9)

, ,

, , , , ,

,

.

Пластинаның контурының тік реакциялары және олардың тең әсер күштері



 (8.10)

;

Пластинаның контурының толық тік реакциясы

 (8.11)

Көлденең ығысу параметрі () және классикалық теорияның қателігі ()

, , , ,

егер , , онда:

 (8.12)



*Іргелес жақтары серпімді байланыстағы және бос пластинаны бір қалыпты жүктеме әсеріне есептеу*



Сурет 8.2 - Есептеу схемасы

Серпімді байланыстардың параметрлері

,



Горизонтал талшықты (сурет 8.2) арқалық түріндегі есептеу

* негізгі теңдеу

;

* шекаралық шарттар

,;

* өлшемсіз иілім функциясы

. (8.13)

Вертикал талшықты (сурет 8.2) арқалық түріндегі есептеу

* негізгі теңдеу

; (8.14)

* шекаралық шарттар

, ;

* өлшемсіз иілім функциясы

.

Пластинаның өлшемсіз иілім  және қарқындылық  функциялары



, (8.15).

Өлшемсіз иілім функциялардың аудандары мен біртекті теңдеулердің меншікті сандары

,

 (8.16)

.

Пластинаның иілім функциясының параметрі



, 

, (8.17)

.

Пластинаның классикалық теориясының иілім функциясы

 (8.18)

Көлденең ығысуды ескергендегі жылжулар компоненттері





,

, (8.19)

,

.

Пластинаның ішкі күштері

, , ,



,,

,

,,,

, (8.20)

, , .

,

, , ,

.

Пластинаның кернеулер компонеттері

, ,

, , (8.21)

, ,

, , , , ,

,

.

Пластинаның контурының тік реакциялары және олардың тең әсер күштері



 (8.22)

Пластинаның контурының толық тік реакциясы



. (8.23)

Көлденең ығысу параметрі () және классикалық теорияның қателігі ()

, , , ,

егер  және , онда:

 (8.24)



Серпімді байланыстар параметрлерінің шектік мәндері

а) б) в)

*Негізгі әдебиеттер:*

1. Львов Г. И. Основы теории пластин и оболочек: учебник. – Харьков: 2014. – 145 с.

2. Каюмов Р.А. Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек: учебное пособие.– Казань: Изд-во Казанск. гос. архитек.- строит. ун-та, 2016. - 111 с.

3. Петров В.В. Теория расчета пластин и оболочек: учебник. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2018. – 410 с.

4. Жүнісбеков С. Серпімділік және пластикалық деформация теориялардының негіздері: учебное пособие, 1986. – 267 б.

5. Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері: оқулық. - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1993. - 226 с.

6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник. –М.:Высшая школа, 1990. -400с.

*Қосымша әдебиеттер:*

1. Тұрсынов К.А. Ортотроптық пластинаның иілуінің классикалық және дәлденген теориялары. //Қарағанды университетінің хабаршысы. Математика сериясы.-2005.- №37.- Б. 64-74.

2. Байнатов Ж. Құрылыс механикасы (ғимараттарды динамикаға, сейсмикаға және тұрақтылыққа есептеу). - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1996. - 235 б.

3. Тұрсынов К.А. Тік бұрышты пластинаның иілуі. // ҚарМУ хабаршысы. Математика сериясы. -2006. -№44. –Б.73-82.

**№9 дәріс. *Жалпыланған теория бойынша пластинаны есептеу.***

Жоспар:

1. Жалпыланған теория негізі.

2. Пластинаның иілу есептерінің шешімдері.

*Жалпыланған теория негізі*

Пластинаны есептегенде көптеген теориялар қолданылады. Оларды алуда әр түрлі гипотезалар қолданылып пластинаның математикалық моделі күрделі теңдеулер түрінде болады да шешімдерін анықтауда көп қиындықтар туғызады. Сол себептен пластинаның есептеу теориясын қарапайым түрде алу өзекті мәселелер қатарына жатады.

Енді алдымызға пластинаның есептеу теориясын көпшілікке мәлім және қолайлы классикалық түрде алуды мақсат етіп қояйық. Ол үшін классикалық теорияны қолданамыз:

* Төрт гипотезаларын

1. ;



2. ;



3. , ;



4. ;



* Жылжулар компоненттерін

,



, ,



;



* Деформацияларды



* Кернеулерді (Гуктың жалпыланған заңдарын)



(9.1)



* Тепе- теңдік теңдеулерін және олардың шешімдерін



;



* Шекаралық шарттарын

,



,



,



;



* Ішкі күштерін

,



,



,



,



;



* Ішкі күштер арқылы өрнектелген кернеулерін

, , ,



, , ;



Пластинаның жақтарындағы () бекіністерді (шекаралық шарттары)



а) топсалы тірелгенде

, , ,



б) қатты бекігенде

, , ,



в) болмағанда

, , ,



г) серіппе арқылы тірелгенде

, , .



Сөйтіп, классикалық теория (9.1) бойынша барлық параметрлер (белгісіздер) бір иілім функция арқылы анықталады. Қабылданған гипотезелар арқылы көлденең бағытта сызықтық () және ығысу () деформацияларымен қатар кернеу () болмайды.



Олар жалпыланған Гук заңдарында қайшылықтар туғызады. Осыған қарамастан бұл теория жұқа пластиналарды есептегенде қанағаттандыратын нәтиже береді. Енді алдымызға қойған мақсатымызға жету үшін осы теорияны қолдану арқылы жалпыланған теорияның негізін қалаймыз да оны былайша жазамыз:

* Гипотезаларын ()



1.



егер , , ,



онда ,



мұнда , ,



, , ;



2. , ;



3. ,



, , ;



4.;



* Жылжулар компоненттерін

, ,



,



, , (9.2)



,



,



,;



* Деформацияларды



* Кернеулерді (Гуктың жалпыланған заңдарын)



, ,



, ,



, ,



* Тепе- теңдік теңдеулерін және олардың шешімдерін

,



,



,



* Шекаралық шарттарын

,



,



,



;



* Ішкі күштерін

,



,



, (9.3)



,



;



* Ішкі күштер арқылы өрнектелген кенрнеулерін

, , ,



, , ;



* Пластинаның жақтарындағы () бекіністерді (шекаралық шаттарды)



а) топсалы тірелгенде

, , ,



б) қатты бекінгенде

, , ,



в) болмағанда

, ,



,



,



г) серіппе арқылы тірелгенде

, , .



Сөйтіп, жалпыланған теорияда (9.1)- де пайда болмайтын көлденең бағыттағы факторлар () параметрлер арқылы ескеріледі. Олар былайша анықталады:



, , ,



, ,



, , , (9.4)



, , , ,



,



мұнда - қысым, қысылу, ығысу параметрлері; - тік жылжу параметрі; - цилиндрлік қатаңдық параметрі; - жалпыланған цилиндрлік қатаңдығы, серпімділік модулі және Пуассон коэффициенті; - өлшемсіз деформациялық күй параметрі; - қиманың шеттеріндегі байланыстарға тәуелді коэффициент.



Егер мына белгілеуді енгізсек

, (9.5)



онда жалпыланған теорияның (9.2) өрнектері



алмастару бойынша классикалық теорияның (9.1) өрнектерімен бірдей болады, сондықтан есептің шешімін факторларды () есептегенде бірден алуға болады. Бұл осы теорияның басқа дәлденген теорияларға қарағандағы үстемділігі болып табылады.



Енді орталанған тік жылжуды (9.4)-ді ескеру арқылы былайша жазайық жазайық

, (9.6)



мұнда - классикалық теорияның иілім функциясы; - жалпыланған теорияның иілім функциясы.



Осы өрнек бойынша классикалық теорияның салыстырмалы қателігін анықтауға болады

, (9.7)



мұнда - параметрлер (9.3)-шы формула бойынша анықталады.



Сөйтіп, түрі мен мазмұны классикалық теориядағыдай ұсынылып отырған жалпыланған теория өмірде жиі кездесетін әртүрлі транстропты материалдан жасалған пластиналарды есептеуге толығымен мүмкіндік береді.

*Пластинаның иілу есептерінің шешімдері*

Жақтарында әр түрлі байланыстары бар пластинаны кез келген жайылған (таралған) жүктеме әсеріне есептеуді жоғарыда қарастырылған әдіспен жүргіземіз. Осы әдісті қолданудан бұрын ішкі күштерге өзгерістер енгіземіз. Иілу моменттері мен көлденең күштер таралу заңдылықтарының формулаларын бойынша былайша жазамыз

,



,



, (9.8)



,



,



мұнда - біртекті теңдеулердің меншікті сандары.



Горизонтал бағыттағы пластинаның талшығын арқалық түрінде қабылдап, оның тепе- теңдік теңдеуін және шешімдерін қолданамыз:

, ,



,



,



, (9.9)



, ,



, ,



,



, ,



мұнда - сыртқы көлденең жүктеменің таралу (үлестірім) заңдылығы; - шекаралық шаттардан анықталатын тұрақта белгісіздер.



Тұрақты белгісіздер мен меншікті санды келесі шекаралық шарттардан табамыз:

1. Екі шеті бос арқалық ()



, , , ;



, , ;



, ; (9.10)



1. Екі шеті серіппе арқылы бекітілген арқалық ()



, , , ,



,



, ;



1. Бір шеті қатты, ал екіншісі бос арқалық()



, , , ,



, , , (9.11)



;



1. Бір шеті тірелген, ал екіншісі бос арқалық ()



, , , ,



, , ,



; (9.12)



1. Бір шеті серіппе арқылы бекітілген, ал екіншісі бос арқалық ()



, , , ,



, , ,



; (9.13)



1. Бір шеті қатты, ал екінші шеті серіппе арқылы бекітілген арқалық ()



, , , ,



, , , (9.14)



;



1. Бір шеті қатты, ал екіншісі серіппе арқылы тірелген арқалық ()



, , , ,



, , ,



; (9.15)



1. Екі шеті тірелген арқалық ()



, , , ,



, , , ; (9.16)



1. Екі шеті қатты бекітілген арқалық()



, , , ,



, , , , (9.17)



1. Бір шеті қатты бекітілген, ал екінші шеті тірелген арқалық ()



, , , ,



, , , . (9.18)



Вертикал бағыттағы пластинаның талшығын арқалық түрде қарастырғанда осы алынған шешімдерді (9.10) – (9.18)-ті қолдануға болады алмастыру жүргізу және олардағы параметрді мына түрде



(9.19)



қабылдау арқылы.

Шеттері бос (байланыссыз) пластина үшін бұралу моменті былайша анықталады

,



, (9.20)



.



Егер параметр пластинаның шеттері бос болмағанда формула бойынша табылатын болса, ол пластинаның шеттері бос немесе серіппе арқылы бекінгенде былайша анықталады



, , (9.21)



.



Сөйтіп, пластинаның шеттерінде байланыс болмаса, онда ішкі күштердің таралу функциялары формула бойынша табылады және бұралу моменті (9.20) мен иілім функциясының параметрі (9.21) өрнектермен бейнелейтін болады. Оларды қолданғанда классикалық теорияның (9.1) жақтары бос болған жағдайдағы үш шекаралық шарттарды бірден қанағаттандырылады.

Арқалықтық функция (9.9)-ші формуламен табылады тұрақты белгісіздердің мәндерін шекаралық шарттардан (9.10) – (9.18) әуелі анықтау арқылы.



*Негізгі әдебиеттер:*

1. Львов Г. И. Основы теории пластин и оболочек: учебник. – Харьков: 2014. – 145 с.

2. Каюмов Р.А. Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек: учебное пособие.– Казань: Изд-во Казанск. гос. архитек.- строит. ун-та, 2016. - 111 с.

3. Петров В.В. Теория расчета пластин и оболочек: учебник. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2018. – 410 с.

4. Жүнісбеков С. Серпімділік және пластикалық деформация теориялардының негіздері: учебное пособие, 1986. – 267 б.

5. Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері: оқулық. - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1993. - 226 с.

6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник. –М.:Высшая школа, 1990. -400с.

*Қосымша әдебиеттер:*

1. Тұрсынов К.А. Ортотроптық пластинаның иілуінің классикалық және дәлденген теориялары. //Қарағанды университетінің хабаршысы. Математика сериясы.-2005.- №37.- Б. 64-74.

2. Байнатов Ж. Құрылыс механикасы (ғимараттарды динамикаға, сейсмикаға және тұрақтылыққа есептеу). - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1996. - 235 б.

3. Тұрсынов К.А. Тік бұрышты пластинаның иілуі. // ҚарМУ хабаршысы. Математика сериясы. -2006. -№44. –Б.73-82.

**№10 дәріс. *Көлденең ығысу деформациясын ескергендегі пластинаның иілуі.***

Жоспар:

1. Гипотезалар мен жылжулар, деформациялар мен кернеулер.

2. Бұрылу бұрыштары мен ішкі күштер.

*Гипотезалар мен жылжулар, деформациялар мен кернеулер*

Тік бұрышты транстроптық пластинаны координаттық жүйеде (, , ) қарастырайық. Оны есептеуге арналған теорияны алу үшін келесі гипотезаларды қолданамыз:



* тік бағытта ( өсі бойынша) сызықтық деформация пайда болмайды



, (10.1)

мұнда - пластинаның иілім функциясы; - тік жылжулар функциясы;



* пластинаның жазықтығы () созылмайды немесе қысылмайды



, (10.2)



мұнда , - тангенциалдық жылжулар функциясы;



* көлденең ығысу деформациялары белгілі заң бойынша өзгереді

,



,



, , , , (10.3)



,



мұнда - анықталатын көлденең ығысу параметрі; - транстроптық материалдың серпімді тұрақтылар параметрі; - көлденең өлшемсіз координата; - көлденең ығысудың таралу заңдылығы; , - бойлық және ығысу модульдері; - Пуассон коэффициенті; - тангенциалдық жылжулардың таралу заңдылығы;



* Гуктың жалпыланған заңдарында көлденең нормалдық кернеу ескерілмейді

(10.4)



Қабылданған гипотезалар пластинада пайда болатын жылжуларды иілім функциясы арқылы анықтауға мүмкіндік береді.



Коши қатынастарына жылжуларды (10.1) және (10.3) енгізіп деформацияларды анықтаймыз

,,



,



, (10.5)



,



,



мұнда , , - координаттық өстер бойындағы сызықтық деформациялар; , , - координаттық жазықтардағы бұрыштық (ығысу) деформациялары.



Деформацияларды (10.5) Гуктың жалпыланған заңдарына енгізу және гипотезаны (10.4) ескеру арқылы кернеулерді табамыз

,



,



, (10.6)



, ,



,



,



мұнда , - транстроптық материалдың ( өсі бойындағы) серпімділік модулі мен Пуассон коэффициенті.



Пластинаның жоғарғы () және төменгі () беттерінде келесі шекаралық шарттар орындалады



: , ,



: , , (10.7)



мұнда сыртқы көлденең жүктеменің қарқындылығы.



Тепе - теңдік теңдеулеріне кернеулерді (10.6) енгізу және шекаралық шарттарды (10.7) қанағаттандыру арқылы, содан соң интегралдау арқылы көлденең кернеулерді анықтаймыз

,



,



, (10.8)



, ,



,



мұнда - пластинаның цилиндрлік қатаңдығы; , - көлденең кернеулердің (, ) пластинаның қалыңдығы бойынша өзгеру заңдары; - Лаплас операторы; - бигармоникалық оператор.



*Бұрылу бұрыштары мен ішкі күштер*

Пластинаның нормалының координаттық өстер бойындағы бұрылу бұрыштары жылжуларды (3) интегралдау арқылы табылады

, ,



, (10.9)



мұнда - цилиндрлік қатаңдық параметрі.



Кернеулерді (10.6) және (10.8) интегралдау арқылы пластинаның ішкі күштерін анықтаймыз

,



,



,



,



, (10.10)



,



,



мұнда , - координаттық өстер бойымен бағытталған иілу моменттері; - осы өстерге қатысты бұралу моменті; , - координаттық өстерге перпендикуляр Гук заңдарынан анықталған көлденең күштер; , - тепе- теңдік теңдеулерін қанағаттандыратын көлденең куштер.



Көлденең ығысу параметрін анықтау үшін көлденең күштерді (10.10) бір - бірімен теңестіреміз

: ,



:



Олар бір уақытта орындалады, егер

, , (10.11)



мұнда - біртекті теңдеудің меншікті санының квадраты.



Осы (10.11) - ші өрнектен (10.8) және (10.9) -ды ескеру арқылы көлденең ығысу параметрін табамыз

, . (10.12)



Осы параметрді (10.9) - ші өрнекке енгізу арқылы цилиндрлік қатаңдық параметрін анықтаймыз

. (10.13)



Өлшемсіз меншікті сан квадраты жалпы жағдайда былайша анықталады

, (10.14)



;;,



мұнда , - пластинаның горизонтал және вертикал қималарының меншікті сан параметрлері; - қима шеттері бекітілген; - қима шеттері бос; - қиманың бір шеті бекітілген, ал екіншісі бос болған жағдайға сәйкес келеді; , , - пластинаның координаттық өстер бойындағы өлшемдері.



Ішкі күштер өрнектерін (10.10) ескеру арқылы кернеулерді (10.6) және (10.8)- ді былайша жазамыз

, , , , , . (10.15)



Осы формула бойынша кернеулердің өзгеруін эпюралар түрінде көрсетуге болады.

Пластинаның иілім функциясын анықтайтын теңдеуді алу үшін шекаралық шарттардың (10.7) қолданылмаған өрнегін пайдаланамыз



**: : .**



Оған кернеудің (10.8) мәнін енгізу арқылы шешуші теңдеуді аламыз

, (10.16)



Мұнда - формула (10.9) бойынша анықталатын цилиндрлік қатаңдық параметрі.



Егер мынандай белгілеу енгізсек

, , (10.17)



Онда (10.16)- шы теңдеу классикалық түрде жазылады

, (10.18)



Мұнда - көлденең ығысуды ескергендегі иілім функциясы; - оны ескермегендегі классикалық теориядағы иілім функциясы.



Егер белгілеуді (10.17) бұрылу бұрыштарының (10.9) және ішкі күштердің (10.10) өрнектеріне енгізетін болсақ, онда олар классикалық түрлерде болады да функциясы арқылы өрнектеледі. Осы өрнектерді қолдана отырып пластинаның шеттерінде () орындалатын шарттарды жазуға болады:



* Топсалы тірелгенде

, , ; (10.19)



* Қатаң бекітілгенде

, , , (10.20)



* Серіппе арқылы тірелгенде

, ,



, (10.21)



* Байланыстар болмағанда

, , ,



, (10.22)



мұнда - (10.14)-ші формула бойынша табылады.



Осындай шарттар пластинаның шеттерінде () орындалатын болады.



Сөйтіп, классикалық иілім функциясы теңдеу (10.18)-ді шешу және шекаралық шарттардың (10.19)-(10.22) бірін қанағаттандыру арқылы анықталады.



Егер иілім функциясы белгілі болса, онда көлденең ығысуды ескергендегі иілім функциясы (10.17) бойынша табылады.



Пластинаны есептеу теориясын жүзеге асыруды келесі әдіспен жүргіземіз.

Негізгі теңдеудегі (10.18) иілім функциясын және сыртқы жүктеменің қарқындылығын мына түрде қабылдап аламыз:

, ,



, , ,



, , (10.23)



, ,



мұнда - анықталатын иілім функциясының параметрі; - оның белгілі өлшемсіз функциясы; - иілімнің көбейкіші; - сыртқы жүктеменің таралу заңдылығы; - жүктеменің ең үлкен қарқындылығы; - өлшемсіз координаталар; - пластинаның горизонтал талшығының (арқалықтың) иілім функциясы; - оның вертикал талшығының өлшемсіз иілім функциясы.



Теңдеуге (10.18) өрнекті (10.23) енгізу және оны интегралдау арқылы иілім функциясының параметрін табамыз

, ,



, , (10.24)



.



Өрнектерден (10.1) және (10.3)-тен (10.17) және (10.23) - ті ескеру арқылы тангенциалдық жылжуларды анықтаймыз

, ,



, ,



, , (10.25)



, , ,



, ,



мұнда - транстроптық материалдың серпімділік параметрі; - қималардың бекіністеріне тәуелді параметрлер; - көлденең ығысу параметрі; - цилиндрлік қатаңдық параметрі.



Осылайша өрнек (10.10) - нан (10.17) және (10.23) - ті ескеру арқылы пластинаның ішкі күштерін табамыз

, , ,



, , ,



, , , (10.26)



, , ,



, , ,



мұнда - координаттық өс бойымен бағытталған иілу моментінің таралу функциясы; - оның көбейткіші.



Осы ішкі күштерді (10.15) - ші өрнекке енгізу арқылы кернеулерді анықтаймыз

, ,



, ,



, ,



, , , , ,



, (10.27)



,



мұнда , , - кернеулердің пластина қалыңдығы бойымен таралу функциялары; , , - тангенциалдық кернеулердің көбейткіштері.



Сөйтіп, осы әдіспен кез келген пластинаны әр түрлі жүктеме әсеріне есептеуге болады.

*Негізгі әдебиеттер:*

1. Львов Г. И. Основы теории пластин и оболочек: учебник. – Харьков: 2014. – 145 с.

2. Каюмов Р.А. Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек: учебное пособие.– Казань: Изд-во Казанск. гос. архитек.- строит. ун-та, 2016. - 111 с.

3. Петров В.В. Теория расчета пластин и оболочек: учебник. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2018. – 410 с.

4. Жүнісбеков С. Серпімділік және пластикалық деформация теориялардының негіздері: учебное пособие, 1986. – 267 б.

5. Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері: оқулық. - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1993. - 226 с.

6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник. –М.:Высшая школа, 1990. -400с.

*Қосымша әдебиеттер:*

1. Тұрсынов К.А. Ортотроптық пластинаның иілуінің классикалық және дәлденген теориялары. //Қарағанды университетінің хабаршысы. Математика сериясы.-2005.- №37.- Б. 64-74.

2. Байнатов Ж. Құрылыс механикасы (ғимараттарды динамикаға, сейсмикаға және тұрақтылыққа есептеу). - Алматы: Республикалық баспа кабинеті, 1996. - 235 б.

3. Тұрсынов К.А. Тік бұрышты пластинаның иілуі. // ҚарМУ хабаршысы. Математика сериясы. -2006. -№44. –Б.73-82.